ОТЗЫВ

научного руководителя на диссертационную работу «Операторный подход к краевым, спектральным и начально-краевым задачам сопряжения» по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Коваль Карины Александровны

В диссертации разработана общая схема решения смешанных краевых задач сопряжения. Эта схема применена также для спектральных, начально-краевых задач, причём для разных конфигураций областей с липшицевыми границами. При этом используется метод представления решения сложной неоднородной задачи сопряжения в виде суперпозиции достаточно простых вспомогательных краевых задач, содержащих неоднородность лишь в одном месте. На этом пути, с помощью соответствующих обобщённых формул Грина, доказывается, что решением исходной краевой задачи сопряжения является сумма решений вспомогательных задач. В работе использованы также методы спектральной теории операторных пучков для исследования полученного (в ходе рассмотрения спектральной задачи) операторного пучка с двумя параметрами. Один из параметров считается спектральным, другой — фиксированным, и в зависимости от этого получаются выводы о структуре спектра, базисности собственных функций и асимптотике собственных значений. Для изучения начально-краевых задач, порождающих спектральные, использованы операторные методы математической физики. С их помощью изученные задачи приводятся к задачам Коши для дифференциального уравнения в гильбертовом пространстве, и на этой основе доказываются теоремы об их сильной разрешимости. Из изложенного ясно, что данные исследования актуальны с теоретической точки зрения, однако они могут быть применены также в гидродинамике, теории упругости и других областях математической физики.

Диссертационная работа состоит из трех глав. В первой главе сформулированы обобщённые формулы Грина, которые используются в работе. На их основе разработана общая схема исследования смешанных краевых задач сопряжения: решение неоднородной краевой задачи сопряжения разыскивается в виде суммы слабых решений вспомогательных задач, содержащих неоднородность лишь в одном месте — либо в уравнении, либо в одном из краевых условий. Эта схема реализуется и подробно проводится на примере задачи сопряжения для конфигурации из трёх областей, которая названа «дважды разрезанный банан». Далее она применена также для разных конфигураций пристыкованных областей с липшицевыми границами: область, гомеоморфная сфере с разрезанными ручками, конфигурация «трижды разрезанный арбуз» и др.

Аналогичный подход применён к спектральным задачам сопряжения для одной, двух и трёх примыкающих областей. Сначала подробно изучается спектральная проблема для одной области Ω из R^m с липшицевой границей $\partial\Omega =: \Gamma$, разбитой на четыре липшицевых куска Γ_k с липшицевыми границами $\partial\Gamma_k$, $k = \overline{1,4}$. С помощью общего подхода, описанного ранее, разбиваем задачу на четыре вспомогательные, содержащие неоднородность лишь в одном месте. Находим слабые решения каждой из задач и получаем уравнение, которому удовлетворяет решение исходной задачи. Итогом исследования является переход к спектральной задаче

$$L(\lambda,\mu)v := (I - \mu B_2 - \lambda(A^{-1} + B_3) - \lambda^{-1}B_4)v = 0,\ v \in L_2(\Omega), \quad (1)$$
$$A^{-1} > 0, \qquad B_k = B_k^*, \qquad k > 0, \qquad B_k \in \mathfrak{S}_\infty(L_2(\Omega)), k = \overline{2,4},$$

для операторного пучка $L(\lambda,\mu)$ с параметрами λ и μ. Преимущество данного подхода состоит в том, что параметры λ и μ в явном виде входят в уравнение. Далее изучаются свойства решений полученного пучка. При этом один из параметров считаем спектральным, другой – фиксированным. Аналогичные спектральные задачи разобраны для двух и трёх примыкающих областей. В итоге их рассмотрения получаем такой же пучок вида (1), как в случае с одной областью.

Третья глава посвящена применению общей схемы исследования к начально–краевым задачам, которые порождают спектральные. Рассмотрены четыре типа разных задач, в которых производные по времени входят не только в уравнения, но и в краевые условия. Для каждого типа осуществлён переход к задаче Коши для дифференциально-операторного уравнения в гильбертовом пространстве, а затем на этой основе доказано существование её сильного (по времени) решения. Разобраны также аналогичные задачи для двух и трёх примыкающих областей. Они приводятся к таким же задачам Коши, как и в случае с одной областью. Поэтому для них справедливы аналогичные теоремы о сильной разрешимости.

Сформулирую свое отношение к работе в целом. Автору удалось полностью справиться с поставленной задачей, при этом ею был разработан и применен ряд новых приемов и подходов.

Результаты исследований К.А. Коваль полно и своевременно опубликованы с соблюдением требований ВАК и доложены на ряде престижных конференций.

На основании изложенного считаю, что результаты, полученные в работе, подтверждают высокий квалификационный уровень К.А. Коваль как исследователя и свидетельствуют об уверенных знаниях автора в области дифференциальных уравнений. В ходе работы над диссертацией К.А. Коваль проявила трудолюбие, настойчивость и хорошие математические способности. Хочу отдельно отметить также самостоятельность автора при работе над диссертацией.

Считаю, что диссертационная работа К.А. Коваль соответствует требованиям, предъявляемым п. 9 Положения ВАК Минобрнауки к кандидатским диссертациям, а ее автор – Карина Александровна Коваль заслуживает присуждения ей ученой степени кандидата физико-математических наук (специальность 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление).

Копачевский Николай Дмитриевич,
доктор физико-математических наук,
профессор,
Крымский федеральный университет,
факультет математики и информатики,
кафедра математического анализа,
заведующий
тел. +7(978)8097149
e-mail: kopachevsky@list.ru

Подпись Копачевского Н.Д. подтверждаю
Ученный секретарь
Крымского Федерального университета
им. В.И.Вернадского

12.12.17